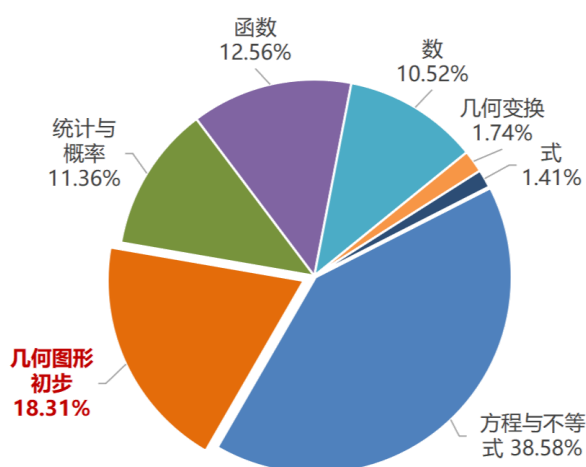


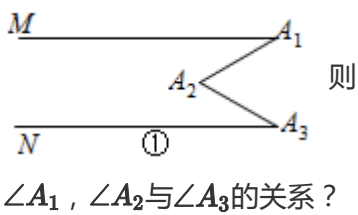
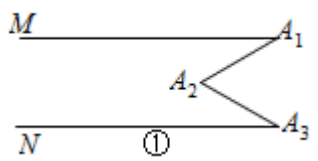
第1讲 相交平行中的几何模型

几何模型与等积变换属于人教版第五章的内容，这部分的难点为几何模型的综合运用；在期中、期末考试中都会进行考察，此外还会与后面学习的平面直角坐标系进行综合，难度还会进一步提升，故这部分我们分为《相交线与平行线初步》、《相交线与平行线》、《几何模型与等积变换》、《平面直角坐标系与几何综合》四个模块。本模块为《几何模型与等积变换》，旨在帮助学生理清四个几何模型以将平行线的性质与判定进行综合运用，为后续模块奠定基础。

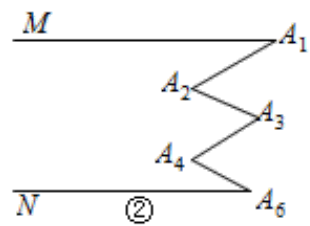
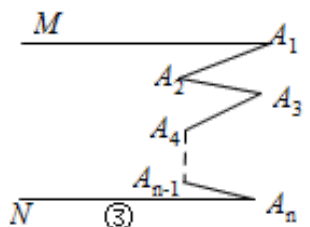
本模块难度偏大，适用于平行线综合的短期突破，本模块分为相交平行中的几何模型、等积变换2讲内容，帮助学生了解平行中的几何模型以及等积变换的常见题型，掌握这部分的解题思路。



一、 内吞角模型

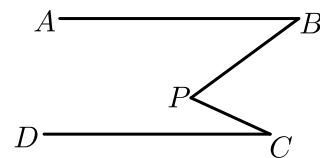
模型	辅助线	证明
$MA_1//NA_3$  则 $\angle A_1, \angle A_2$ 与 $\angle A_3$ 的关系？	 ①	证明：过点____作____， $\therefore$ _____， 又：$MA_1//NA_3$（已知）， $\therefore$ _____， $\therefore$ _____， $\therefore$ _____， 即_____。

探究：锯齿模型

模型	结论
$MA_1//NA_6$  ②	
$MA_1//NA_n$  ③	

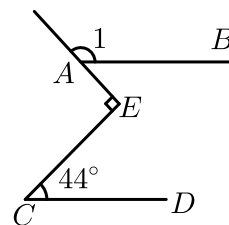
|| 例题1

1. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle ABP = 34^\circ$ ， $\angle DCP = 27^\circ$ ，那么 $\angle BPC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



|| 练习1

2. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， $\angle C = 44^\circ$ ， $\angle E$ 为直角，则 $\angle 1$ 等于（ ）。



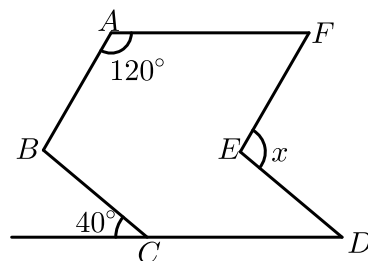
A. 132°

B. 134°

C. 136°

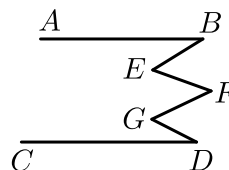
D. 138°

3. 如图， $AF \parallel CD$ ， $AB \parallel EF$ ， $BC \parallel ED$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。



|| 例题2

4. 如图， $AB \parallel CD$ ，则下列等式成立的是（ ）。



A. $\angle B + \angle F + \angle D = \angle E + \angle G$

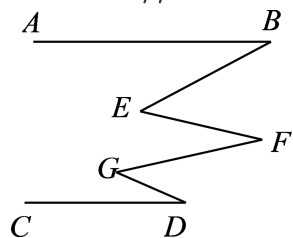
B. $\angle E + \angle F + \angle G = \angle B + \angle D$

C. $\angle F + \angle G + \angle D = \angle B + \angle E$

D. $\angle B + \angle E + \angle F = \angle G + \angle D$

练习2

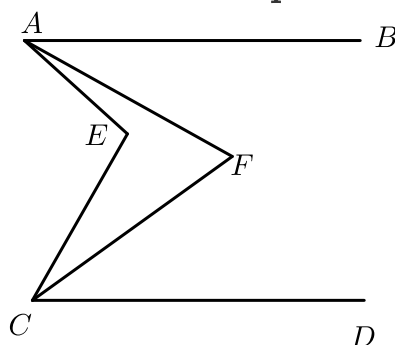
5. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle E = \angle G = 30^\circ$, 则下列判断中正确的是 () .



- A. $\angle D = \angle F = \angle B$ B. $\angle B + \angle F + \angle D = 60^\circ$
C. $\angle B + \angle F + \angle D = 120^\circ$ D. $GD \parallel EF$

例题3

6. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle EAF = \frac{1}{4} \angle EAB$, $\angle ECF = \frac{1}{4} \angle ECD$, 求证: $\angle AFC = \frac{3}{4} \angle AEC$.



练习3

7. 如图1, 直线 $AB \parallel CD$, 点 P 在两平行线之间, 点 E 在 AB 上, 点 F 在 CD 上, 连接 PE , PF .

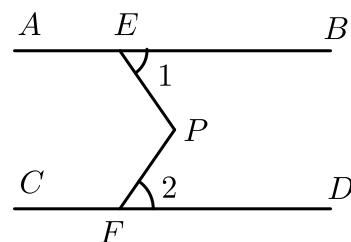
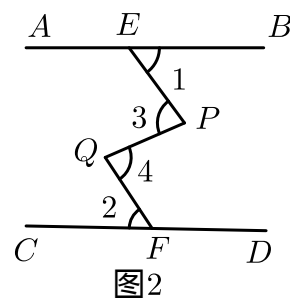


图1

- (1) 若 $\angle PEB = 60^\circ$, $\angle PFD = 50^\circ$, 请求出 $\angle EPF$. (请写出必要的步骤说明理由)
(2) 如图2, 若点 P 、 Q 在直线 AB 与 CD 之间时, $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$, $\angle 3 = 70^\circ$, 则 $\angle 4 =$ _____. (不需说明理由, 请直接写出答案)



- (3) 如图3, 作 P_1E 平分 $\angle PEB$, P_1F 平分 $\angle PFD$, 若设 $\angle PEB = x^\circ$, $\angle PFD = y^\circ$, 则 $\angle EP_1F =$ _____ (用 x 、 y 的代数式表示), 如图4, 若 P_2E 平分 $\angle P_1EB$, P_2F 平分 $\angle P_1FD$, 可得 $\angle EP_2F$; 若 P_3E 平分 $\angle P_2EB$, P_3F 平分 $\angle P_2FD$, 可得 $\angle EP_3F$, 依次类推, 则 $\angle EP_nF =$ _____ .

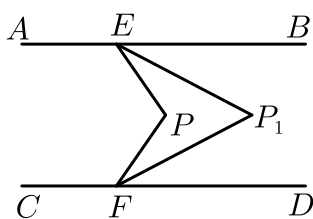


图3

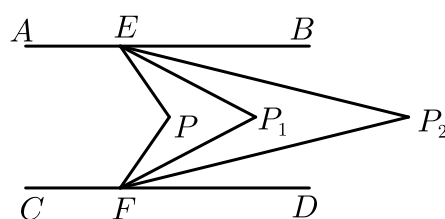


图4

- (4) 在一次综合实践活动课上, 张开同学制作了一个图5的“回旋镖”, 经测量发现 $\angle PAC = 38^\circ$, $\angle PBC = 22^\circ$, 请你找出 $\angle APB$ 与 $\angle C$ 的数量关系并说明理由.

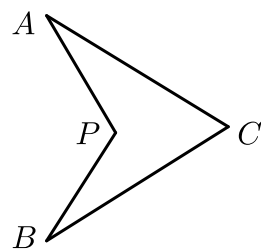
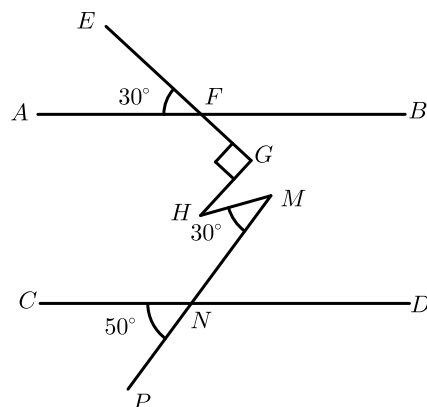


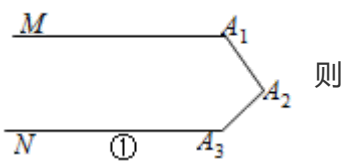
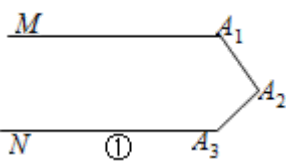
图5

独步天下

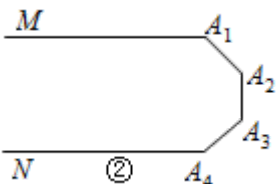
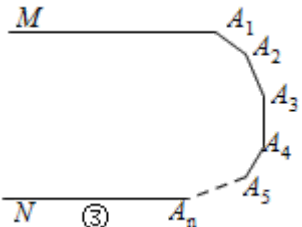
8. 如图所示, 直线 $AB \parallel CD$, $\angle EFA = 30^\circ$, $\angle FGH = 90^\circ$, $\angle HMN = 30^\circ$, $\angle CNP = 50^\circ$, 则 $\angle GHM$ 的大小是 _____ .



二、外凸角模型

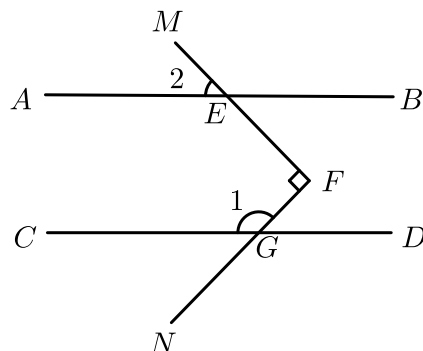
模型	辅助线	证明
$MA_1 // NA_3$  则 $\angle A_1, \angle A_2$ 与 $\angle A_3$ 的关系？		证明：过点__作____， $\therefore$ _____， 又 $\because MA_1 // NA_3$ (已知)， $\therefore$ _____， $\therefore$ _____， $\therefore$ _____， 即_____。

探究：铅笔模型

模型	结论
$MA_1 // NA_4$ 	
$MA_1 // NA_n$ 	

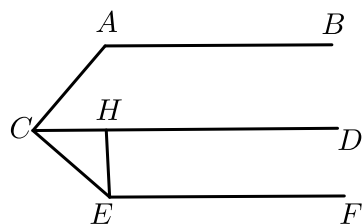
|| 例题4

9. 如图, $AB \parallel CD$, $MF \perp NF$ 于 F , MF 交 AB 于点 E , NF 交 CD 于点 G , $\angle 1 = 140^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____ 度.

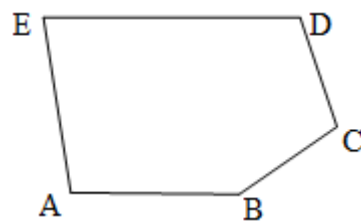


|| 练习4

10. 如图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, $EH \perp CD$ 于 H , 则 $\angle BAC + \angle ACE + \angle CEH$ 等于 _____ $^\circ$.



11. 如图所示, $AB \parallel ED$, $\angle \alpha = \angle A + \angle E$, $\angle \beta = \angle B + \angle C + \angle D$, 则 β 和 α 的数量关系是 () .



A. $2\beta = 3\alpha$

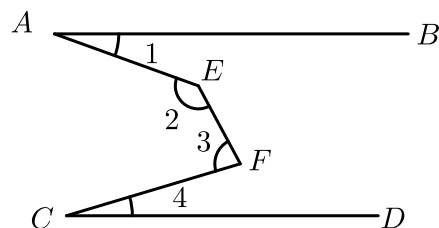
B. $\beta = 2\alpha$

C. $2\beta = 5\alpha$

D. $\beta = 3\alpha$

例题5

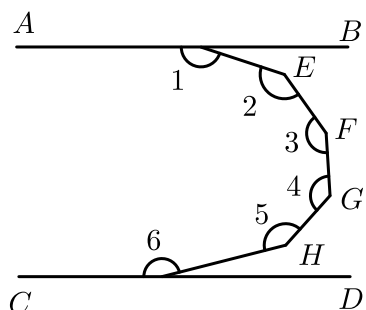
12. 如图, $AB \parallel CD$, 用含 $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ 的式子表示 $\angle 4$, 则 $\angle 4$ 的值为 () .



- A. $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3$ B. $\angle 1 + \angle 3 - \angle 2$
C. $180^\circ + \angle 3 - \angle 1 - \angle 2$ D. $\angle 2 + \angle 3 - \angle 1 - 180^\circ$

练习5

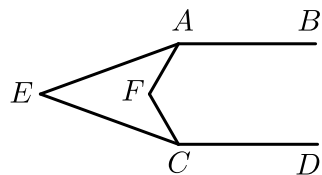
13. 如图所示, 两直线 AB 、 CD 平行, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 =$ () .



- A. 630° B. 720° C. 800° D. 900°

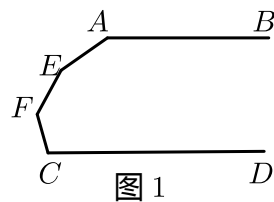
例题6

14. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle EAF = \frac{1}{4} \angle EAB$, $\angle ECF = \frac{1}{4} \angle ECD$, 若 $\angle AFC = 120^\circ$, 求 $\angle AEC =$ _____ .



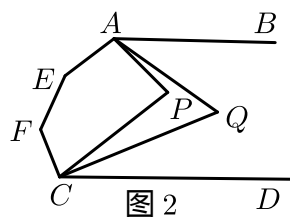
练习6

15. 如图1, 已知 $\angle A + \angle E + \angle F + \angle C = 540^\circ$.

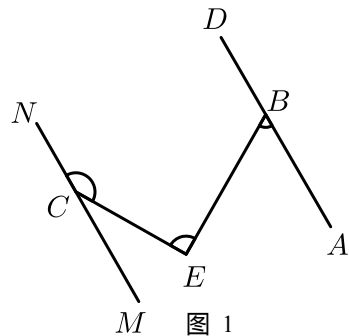


(1) 试判断直线 AB 与 CD 的位置关系, 并说明理由.

(2) 如图2, $\angle PAB = 3\angle PAQ$, $\angle PCD = 3\angle PCQ$, 试判断 $\angle APC$ 与 $\angle AQC$ 的数量关系, 并说明理由.

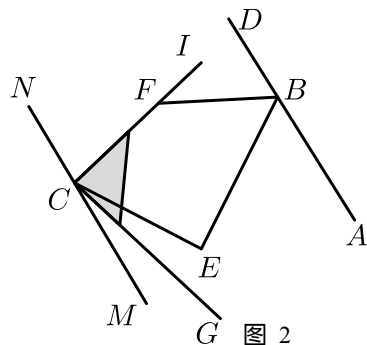


16. 如图1, 点 B , 点 C 分别在线段 AD 、线段 MN 上, 且 $\angle NCE + \angle CEB - \angle ABE = 180^\circ$.



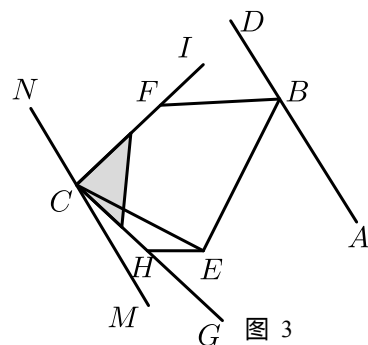
(1) 求证: $AD \parallel MN$.

(2) 如图2, 把一个三角板的直角顶点放在点 C 处, 三角板直角边在射线 CI , CG 上, 其中 CG 平分 $\angle ECM$, BF 平分 $\angle DBE$, 交 CI 于点 F , 当 $\angle CEB = 80^\circ$ 时, 求 $\angle CFB$ 的度数, 写出推导过程.

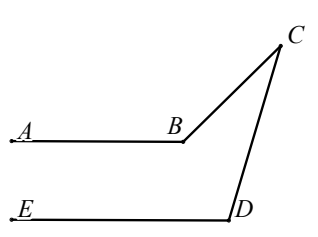
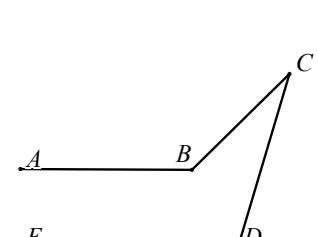


(3)

在(2)的条件下，如图3，过点E作 $EH \parallel BF$ ，交CG于点H，当 $\angle CHE = \alpha$ ， $\angle BFI = \beta$ ，请直接写出 α 和 β 的关系式。

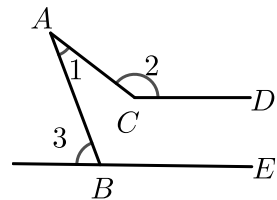


三、前仰角模型

模型	辅助线	证明
$AB \parallel ED$  则$\angle ABC$、$\angle C$、$\angle D$的关系？		证明：过点 _____ 作 _____， $\therefore$ _____， 即 _____， 又$\because AB \parallel ED$（已知）， $\therefore$ _____， $\therefore$ _____， $\therefore$ _____， 即 _____。

例题7

17. 如图， $CD \parallel BE$ ，则 $\angle 2 + \angle 3 - \angle 1$ 的度数等于（ ）。



A. 90°

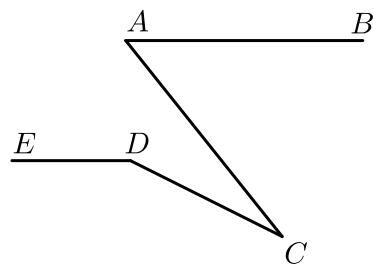
B. 120°

C. 150°

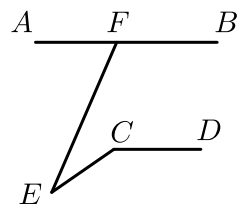
D. 180°

练习7

18. 如图，已知 $AB \parallel DE$ ， $\angle BAC = m^\circ$ ， $\angle CDE = n^\circ$ ，则 $\angle ACD = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



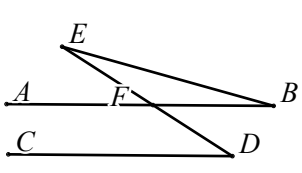
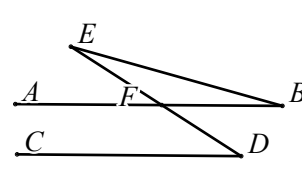
19. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， EF 交 AB 于 F ，连接 EC 。



(1) 若 $\angle AFE = 70^\circ$ ， $\angle DCE = 150^\circ$ ，求 $\angle FEC$ 的度数。

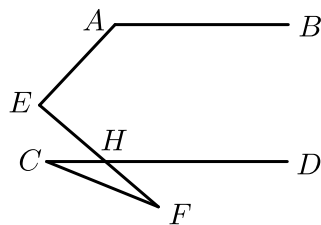
(2) 若 $\angle AFE = \alpha$ ， $\angle DCE = \beta$ ，试用等式表示 $\angle FEC$ 与 α 、 β 之间的数量关系，并说明理由。

四、后翻角模型

模型	辅助线	证明
$AB \parallel CD$  则 $\angle E$ 、 $\angle B$ 、 $\angle D$ 的关系？		证明：过点____作____， $\therefore$ _____， 又 $\because AB \parallel ED$ （已知）， $\therefore$ _____， $\therefore$ _____， $\therefore$ _____， 即_____。

|| 例题8

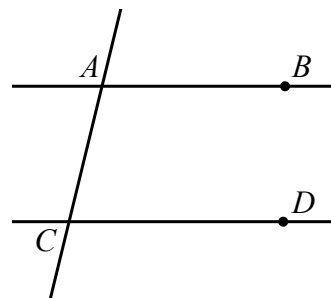
20. 如图, $AB \parallel CD$, 则 $\angle A$ 、 $\angle C$ 、 $\angle E$ 、 $\angle F$ 满足的数量关系是 () .



- A. $\angle A = \angle C + \angle E + \angle F$ B. $\angle A + \angle E - \angle C - \angle F = 180^\circ$
 C. $\angle A - \angle E + \angle C + \angle F = 90^\circ$ D. $\angle A + \angle E + \angle C + \angle F = 360^\circ$

|| 练习8

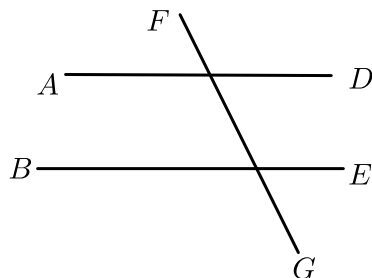
21. 如图, 已知直线 AB 、 CD 被直线 AC 所截, $AB \parallel CD$, E 是平面内任意一点 (点 E 不在直线 AB 、 CD 、 AC 上), 设 $\angle BAE = \alpha$, $\angle DCE = \beta$. 下列各式: ① $\alpha + \beta$, ② $\alpha - \beta$, ③ $\beta - \alpha$, ④ $360^\circ - \alpha - \beta$, $\angle AEC$ 的度数可能是 () .



- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③④

|| 例题9

22. 已知 $AD \parallel BE$, 点 C 是直线 FG 上的动点, 若在点 C 的移动过程中, 存在某时刻使得 $\angle ACB = 45^\circ$, $\angle DAC = 22^\circ$, 则 $\angle EBC$ 的度数为 _____ .



23. 已知，直线 $AB \parallel DC$ ，点 P 为平面上一点，连接 AP 与 CP 。

(1) 如图1，点 P 在直线 AB 、 CD 之间，当 $\angle BAP = 60^\circ$ ， $\angle DCP = 20^\circ$ 时，求 $\angle APC$ 。

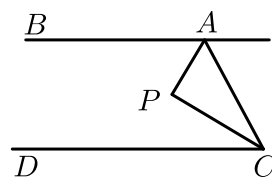


图 1

(2) 如图2，点 P 在直线 AB 、 CD 之间， $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的平分线相交于点 K ，写出 $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 之间的数量关系，并说明理由。

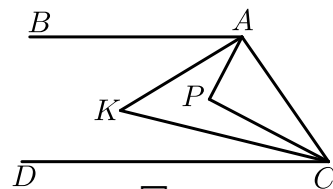


图 2

(3) 如图3，点 P 在 CD 外， $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的平分线相交于点 K ， $\angle AKC$ 与 $\angle APC$ 有何数量关系？并说明理由。

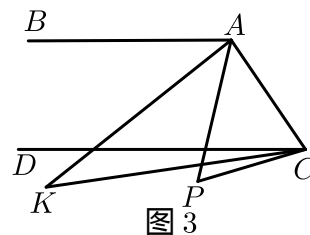
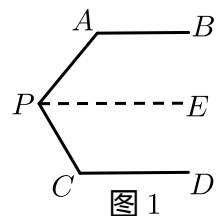


图 3

练习9

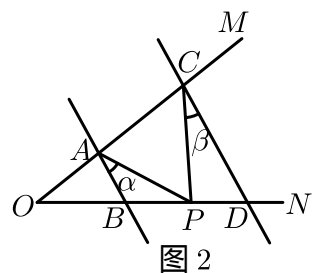
24. 问题情境：如图1， $AB \parallel CD$ ， $\angle PAB = 130^\circ$ ， $\angle PCD = 120^\circ$ ，求 $\angle APC$ 的度数．

小明的思路是：过 P 作 $PE \parallel AB$ ，通过平行线性质来求 $\angle APC$ ．

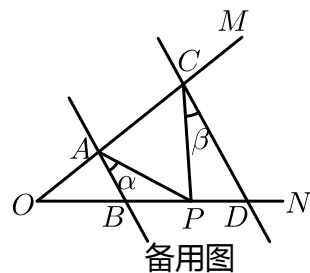


(1) 按小明的思路，求 $\angle APC$ 的度数．

(2) 问题迁移：如图2， $AB \parallel CD$ 点 P 在射线 OM 上运动，记 $\angle PAB = \alpha$ ， $\angle PCD = \beta$ ，当点 P 在 B 、 D 两点之间运动时，问 $\angle APC$ 与 α 、 β 之间有何数量关系？请说明理由．

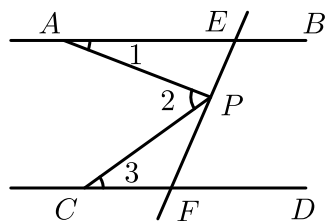


(3) 问题应用：在(2)的条件下，如果点 P 在 B 、 D 两点外侧运动时（点 P 与点 O 、 B 、 D 三点不重合），请直接写出 $\angle APC$ 与 α 、 β 之间的数量关系．



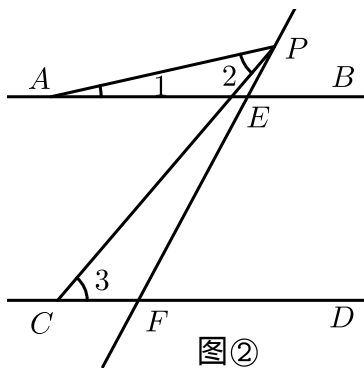
25. 已知直线 $AB \parallel CD$ ，直线 EF 分别截 AB 、 CD 于点 E 、 F 两点．

- (1) 如图①，有一动点 P 在线段 EF 之间运动（不与 E 、 F 两点重合），试探究 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 的等量关系？试说明理由．

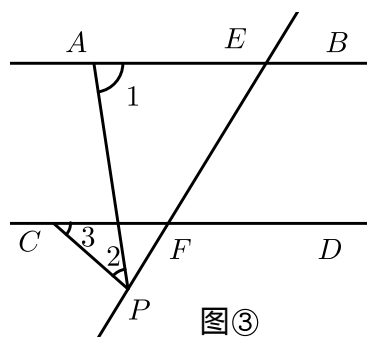


图①

- (2) 如图②、③，当动点 P 在线段 EF 之外运动（不与 E 、 F 两点重合），问上述结论是否还成立？若不成立，试写出新的结论并说明理由．



图②



图③